基于碎片云运动模型的缓发γ射线电离大气蒙特卡罗模拟

刘利，牛胜利，左应红，朱金辉，卓俊，李夏至

(1. 西北核技术研究所，西安 710024；)

摘要：高空核爆炸碎片云释放出的缓发γ射线在高空非均匀大气的输运过程中电离大气，使得电离层中电子数密度剧增，进而影响途径电离层的无线电通信链路。为了准确描述随时空演化的缓发γ射线源电离大气过程，首先建立高空核爆炸碎片运动演化的流体力学模型，然后根据碎片云运动参数建立缓发γ射线分层等效体源模型，最后采用蒙特卡罗方法模拟缓发γ射线在高空大气中输运并电离大气的过程。针对碎片云形状随时间不断演化特性，采用辐射源分层抽样的方法得到缓发γ射线的初始位置。针对大气密度随高度指数衰减的特性，采用质量厚度抽样方法简化计算模型。结果表明：碎片云形状对缓发γ射线电离大气范围和强度存在明显影响。兆吨级高空核爆炸缓发γ射线电离大气范围可达千公里以上。当爆高不变当量增加时，碎片云高度和水平半径增大，缓发γ射线电离大气范围和强度有所增大。当当量不变爆高增加时，碎片云高度和水平半径增大，缓发γ射线电离大气范围增大，但强度有所降低。

关键词： 高空核爆；碎片云；缓发γ射线；非均匀大气；蒙特卡罗模拟；

中图分类号： **文献标志码**：A **文章编号**：

Monte Carlo simulation of delayed γ-rays ionizing the atmosphere based on debris motion model

Liu Li[1]，Niu Shengli[1]，Zuo Yinghong[1]，Zhu Jinhui[1]，Zhuo Jun[1]，Li Xiazhi[1]

(1. Northwest Institute of Nuclear Technology, Xi，an 710024, China)

Abstract： The delayed γ-rays released from the debris of a high-altitude nuclear explosion ionize the atmosphere during transport in the high-altitude non-uniform atmosphere, causing a dramatic increase of the electron number density in the ionosphere, which affects the radio communication links through the ionosphere. In order to accurately describe the delayed γ-ray sources which evolves in time and space, we firstly establish a hydrodynamic model of the evolution of debris motion of a high-altitude nuclear explosion, then establish a hierarchical equivalent model of delayed γ-ray sources according to the debris parameters, and finally apply the Monte Carlo method to simulate the ionization effect of the delayed γ-rays in the high-altitude non-uniform

atmosphere. Because the debris shape continuously evolves with time, a method of stratified sampling of the radiation source is built to obtained the initial positions of the delayed γ-rays. Due to the atmosphere density decaying exponentially with height, the mass thickness sampling method is used to simplify the calculation model. The results show that the ionization intensity and range of delayed γ-rays are significant influenced by the shape of the debris. The ionization range of delayed γ-rays in a megaton level high-altitude nuclear explosion can reach more than a thousand kilometers. When the equivalent increases with a constant explosion height, the debris height and horizontal radius increases, the ionization range and intensity of the atmosphere caused by the delayed γ-rays increase. When the burst height increases with a constant equivalent, the debris height and horizontal radius increases, the ionization range caused by the delayed γ-rays increases, while the ionization intensity decreases.

Key words： High-altitude nuclear explosion; debris; delayed γ-rays; Non-uniform atmosphere; Monte Carlo simulation

高空核爆炸[1]产生的各种辐射源可以电离高层大气，大范围长时间增加电离层 D、E 层电子数密度，破坏正常电离层结构[2-5]，从而对穿越电离层的无线电波造成吸收和折射等多种效应，对无线电通信、雷达等系统带来影响[6, 7]。核爆炸所释放出来的电离辐射按照时间的先后可分为两类：一类是瞬发辐射（包括 X 射线、中子、γ射线等），是在核爆炸发生的瞬间释放出来的，占据了核爆炸的大部分能量，因此可以在大气层中形成很高的电离。另一类是缓发辐射（主要是γ射线、β粒子等），是由核爆炸裂变产物碎片云[8, 9]在很长一段时间内逐渐释放出来的。相比于瞬发辐射源，缓发辐射源是随时间持续变化的具有明显空间分布的体源，且持续时间长、覆盖范围大。

碎片云时空分布是确定缓发辐射源的关键基础。当爆炸高度和当量不同时，碎片云形状可以由球形演化为扁椭球形或者倒梨形等[8, 9]。碎片云释放的缓发 γ 射线在大气中输运过程与大气中的原子和分子发生光电效应、康普顿散射和电子对效应等相互作用，这一过程可以采用蒙特卡罗方法进行精确描述。

前人的研究往往忽略碎片云的形状变化，采用典型爆高典型当量对应的半径和高度经验公式来描述缓发辐射源。对于缓发 γ 射线在大气中的能量沉积，则采用标准的传输理论公式[10]结合 γ 射线在大气中的质量吸收系数来计算。然而碎片云半径和高度经验公式不能完整描述碎片云形状的时空变化，且在不同当量不同爆高情况下适用性较差。另一方面，标准传输理论仅考虑大气对 γ 射线的衰减，没有模拟 γ 射线在高空大气中的散射、吸收等实际物理过程，忽略了 γ 射线散射对电离大气的影响。

为了准确描述随时空演化的缓发 γ 射线源在高空大气中的输运过程，本文建立了高空核爆炸碎片运动演化的流体力学模型，根据碎片云运动参数建立了缓发 γ 射线分层等效体源模型，然后采用基于质量厚度抽样的蒙特卡罗方法模拟缓发 γ 射线在高空大气中输运并电离大气的过程，得到缓发γ射线电离大气的时空分布特征。

1　计算模型与计算方法

1.1 碎片云流体力学模型

核爆炸碎片云主要由核爆炸能量驱动迅速向外膨胀，同时卷入高空大气并使之成为碎片云的一部分。在向外膨胀的同时，碎片云在核爆炸 X 射线对上下方大气不均匀加热产生的压力梯度的作用下而整体上升。根据碎片云运动机理，可以将碎片云运动分解成为膨胀过程、上升过程和 X 射线加热大气过程三个方面。

碎片云向外膨胀的过程，可以用考虑卷入周围大气的动量守恒方程[11]来描述：

$$\rho\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-\nabla p-vS \tag{1}$$

其中 $S=4\pi R^2\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t}\hat{\rho}\xi\frac{\rho(r)}{M}$ 为单位时间单位体积内卷入周围大气的质量源，v 为球内某点速度，R 为球体半径，其中 M 为球体内的总质量，$\hat{\rho}$ 为周围大气密度，$\rho(r)$ 为密度分布函数，ξ 为大气分子被卷入的概率，p 为大气压强。

将碎片云视为一个整体，在竖直方向上受到云体上下表面的压强差和自身重力的综合作用，其竖直方向的运动方程可写成：

$$M\frac{\mathrm{d}^2Z}{\mathrm{d}t^2}=-\int p\cos\theta\mathrm{d}\sigma-Mg \tag{2}$$

式中，Z 为上升高度，p 为大气压强，θ 为碎片云面元 $\mathrm{d}\sigma$ 的外法线与垂直向上方向的夹角。

碎片云上升的主要驱动力来源于 X 射线对于高空大气的非均匀加热。在距离爆心距离 R 处，X 射线经过 dR 距离内空气吸收的能量等于 dR 球壳内空气内能的增加[8]，即：

$$4\pi R^2dR\varepsilon\rho=\left(e^{-R/\lambda}-e^{-R-dR/\lambda}\right)Q_x \tag{3}$$

ε 为气体内能，与大气温度和 ρ/ρ_0 密切相关，Q_x 为 X 射线总能量。联合式(3)和稀薄空气高温状态方程[12]可求解得到 X 射线在大气中沉积而引起的大气温升。

根据式(1)~(3)将碎片云流体力学模型分为碎片云膨胀、碎片云上升和 X 射线能量沉积三个模块。首先根据爆高、当量、弹体类型和大气环境参数，计算 X 射线在大气中的能量沉积及其引起的大气温升分布，然后根据初始的碎片云参数，数值求解式(1)得到碎片云下一时刻的径向分布，求解式(2)得到碎片云下一时刻的上升，循环迭代得到碎片云的完整演化过程。

采用碎片云流体力学模型计算得到爆高 77km 当量 3.8Mt 美国 TEAK 试验碎片云演化。表 1 给出了计算的不同时刻的碎片云最大水平半径的中心高度与实验测量数据[13]的对比。计算结果与测量数据基本吻合，变化规律一致。另外计算得到的碎片云由最开始的球形逐渐演化为类似于圆柱的倒梨形，与文献[14]数据一致。

表 1 TEAK 试验碎片云参数模拟与测量结果的对比

Tab.1 The comparison between the measurement and simulation results of debris in TEAK

时间/s	最大水平半径/km		中心高度/km	
	观测数据	模拟	观测数据	模拟
30	23	27	/	141
54	50	43	181	193
96	75	69	245	271
120	93	84	277	308
160	99	108	333	357
187	105	125	360	381

225	138	149	401	402

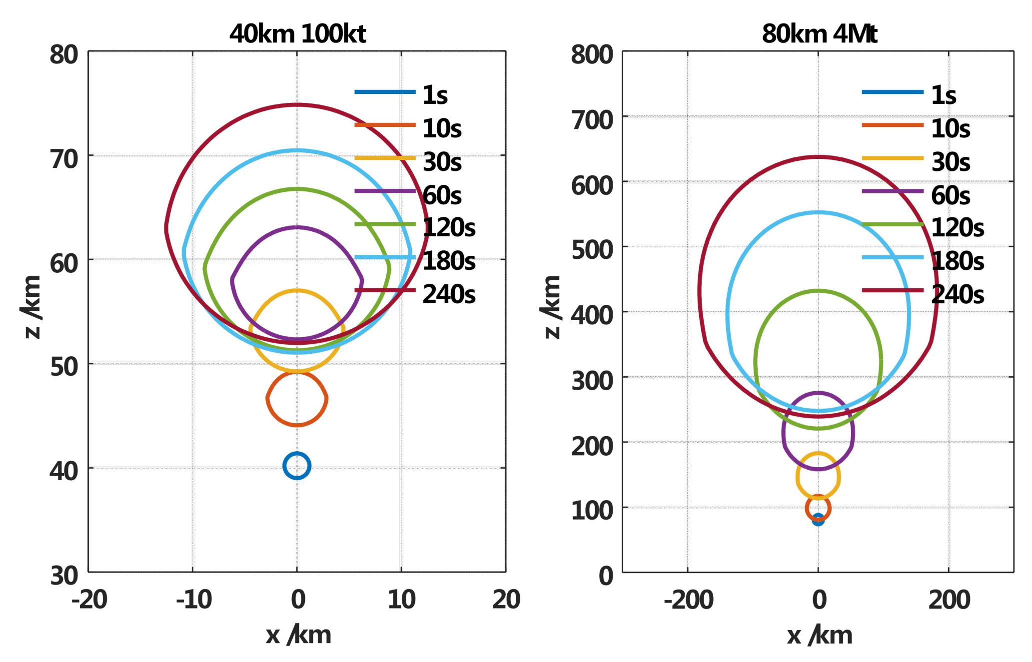


图 1 模拟的不同时刻的碎片云形状

Fig. 1 The simulated shape of debris at different time

碎片云形状变化与爆高当量密切相关。图 1 给出了模拟的爆高 40km 当量 100kt 和爆高 80km 当量 4Mt 核爆炸不同时刻的碎片云形状。当当量较小爆高较低时，如图 1 中爆高 40km 当量 100kt，碎片云形状由球形演化为类似于一个上下受到压迫的扁椭球。当当量较大爆高较高时，如图 1 中爆高 80km 当量 4Mt，碎片云形状由球形演化为典型的倒梨形。因此在建立缓发γ射线源时必须考虑碎片云形状的影响。

1.2 缓发 γ 射线源模型

核爆炸初始碎片云为球形，初始扩张为球形扩张。随着碎片云的扩张或上升，其形状随之而改变。由于爆高与当量不同，碎片云或保持为球形，或演化为倒梨形和椭球形。为了描述碎片云的时空变化特征，同时方便在蒙特卡罗模拟中抽取不同时刻的射线源参数，本文将碎片云进行了分层等效处理（如图 2 所示）。根据不同时刻的碎片云高度和几何形状，将其划分为不同厚度近似圆柱体。将碎片云等份额划分为 n 层，每层为在水平面一定高度上均匀分布的薄的圆柱体，用中心高度、半径和厚度三个参数描述其几何形态。在每层进行均匀抽样达到对不规则体源抽样的目的。图 2 中给出的扁椭球性和倒梨形等不规则碎片云就被等效为不同高度的多层缓发 γ 射线体源。抽样过程中首先根据各个碎片云层所占的份额，抽样出 γ 射线所在的碎片云层数，然后根据这一层碎片云的高度、半径和厚度，然后在这一碎片中均匀抽样确定 γ 射线在该层碎片云的初始位置。采用分层等效模型可以很好的描述碎片云的形状变化特征，分层越多越精确。

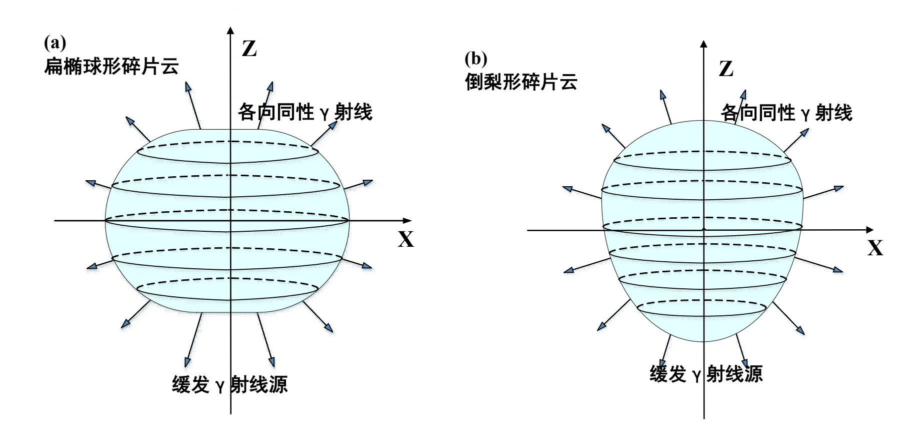


图 2 椭球形与倒梨形碎片云的缓发γ射线源

Fig. 2 The delayed γ-ray source from the spheroidicity debris and inverted pear-shaped debris

裂变碎片中的放射性核素平均每次裂变的放射性随时间的不断衰减，其释放γ射线的能量释放率可近似表示为[13]：

$$u_{\gamma}(t)=1.40t^{-1.2} \quad (\mathrm{MeV/s\cdot 裂变}) \tag{4}$$

式中 t 的单位为 s。缓发γ射线的能谱变化较小，可以近似认为谱形是一致的[13]。

缓发γ光子总数根据式(4)与裂变当量来计算，初始方向按照各向同性抽样，初始能量按照缓发 γ 射线能谱抽样，初始位置根据 γ 射线源分层等效模型抽样。

1.3 电离大气的蒙特卡罗模拟

缓发 γ 射线在大气中输运并产生电离的过程，可采用蒙特卡罗[15, 16]方法计算。由于高空大气密度随高度指数变化，采用传统的基于步长的蒙特卡罗方法，需要对高层大气进行分层处理[17]，使得模型较为复杂。本文采用了基于质量厚度抽样的蒙特卡罗方法，其核心思想就是对粒子两次碰撞之间的质量厚度进行抽样来替代传统的步长抽样方法。利用该方法无需对非均匀连续介质分层处理，即可实现蒙特卡罗模拟。

假设第 m+1 次碰撞的位置 $r_{\mathrm{m}}+1= r_{\mathrm{m}}+L\Omega_{\mathrm{m}}$，其中 L 为两次碰撞之间的输运长度，Ω_{m} 为运动方向。在传统的蒙特卡罗方法中 L 通过对分布密度函数直接抽样得到的。本文则先抽样得到质量厚度 M（即路径上单位截面空气柱包含空气的质量），再由质量厚度 M 计算得到步长 M。其中质量厚度 M 的抽样公式[18]为：

$$M=-\frac{\ln\xi}{\Sigma_{\mathrm{m}}(E_m)} \tag{5}$$

其中，ξ为(0,1)区间上的随机数，E_m 为光子第 m 次碰撞后的能量，$\Sigma_{\mathrm{m}}(E_m)=\Sigma_{\mathrm{t}}(E_m)/\rho$，

$\Sigma_{\mathrm{t}}(E_m)$ 为粒子与介质相互作用的宏观总截面，ρ 为沿路径上的密度。将质量厚度 M 转换为步长 L，即可完成非均匀连续介质中的粒子步长抽样。

图 3 给出了单层碎片云产生的缓发γ射线在大气中输运的几何模型。图中，内球为地球，半径 R_{E} 取 6370km。外球是模拟区域的上边界，半径 R_{M} 取 7370km。内外球之间是空气，空气简化为成分固定的连续介质。空气的组成是氮元素（N）占 78%，氧元素（O）占 21%。空气的密度由 MSISE-00 大气模式[19]给出。碎片云半径 R_{d}，高度 h_{d}，厚度 $\mathrm{T_d}$，根据分层等效模型取值。采用基于质量厚度抽样的蒙特卡罗方法模拟跟踪缓发 γ 射线在高空大气中的输运过程记录源粒子在大气中的能量沉积分布 $E(r)$ 。γ射线在空气中沉积 33eV 的能量便可产生一个电子－离子对，因此由能量沉积分布 $E(r)$ 即可得到辐射在大气中产生的附加电子数

密度分布为 $N_e(r) = E(r) / 33\text{eV}$ 。

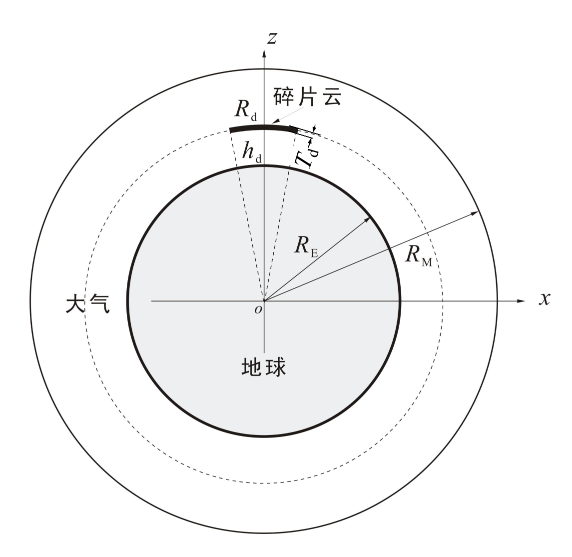


图 3 缓发γ射线在大气中输运的几何模型

Fig. 3 Geometry model of the transport of delayed γ-rays in the atmosphere

对模拟中子、光子在大气中输运的蒙特卡罗程序 MCATNP[18, 20]进行二次开发，实现了基于碎片云运动模型的缓发γ射线电离大气的数值计算功能。为了验证程序，采用 MCNP[21]和 MCATNP 程序模拟了缓发γ射线在高空大气中的输运过程。缓发γ射线均匀分布于高度 100km 半径 10km 厚度 0.1km 的碎片云中，能谱取缓发γ射线能谱，总数取 1，方向为各向同性。图 4 给出了 MCNP 和 MCATNP 程序计算的缓发γ注量和能注量随高度的分布情况。结果表明 MCATNP 和 MCNP 程序的计算结果符合较好。

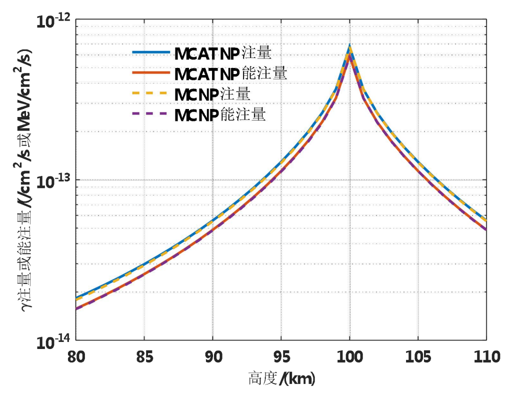


图 4 缓发 γ 射线注量和能注量随高度的变化

Fig. 4 The fluence and energy fluence of delayed γ-rays vs. height

2 计算结果与分析

采用以上模型计算了爆高 40km 当量 4Mt、爆高 80km 当量 4Mt、爆高 40km 当量 100kt 和爆高 80km 当量 100kt 条件下，爆后不同时间由碎片云产生的缓发 γ 射线电离大气形成的电子产生率分布。计算取碎片云条件参数与 1.1 节一致，取裂变—聚变比为 0.5:0.5。

取爆高 80km 当量 4Mt，取碎片云初始参数与 1.1 节一致，取裂变—聚变比为 0.5:0.5，将碎片云按份额均匀分成 10 层，从上到下依次命名 1~10 层。计算得到爆后 5min 不同层碎片云释放的缓发γ射线电离大气引起的电子产生率如图 5 所示。不同层的碎片云电离大气的范围和强度具有明显差异，第 1 层碎片云高度最高（约 700km），电离大气范围最广，而电子产生率峰值最小；第 10 层碎片云高度最低（约 300km），电离大气范围最小，而电子产

生率峰值最强。总的电子产生率等于 1~10 层碎片云引起的电子产生率的总和，如图 6 所示。由图可知不同层的碎片云电离大气的强度与范围差异明显，碎片云形状对缓发γ射线电离大气范围和强度存在明显影响。

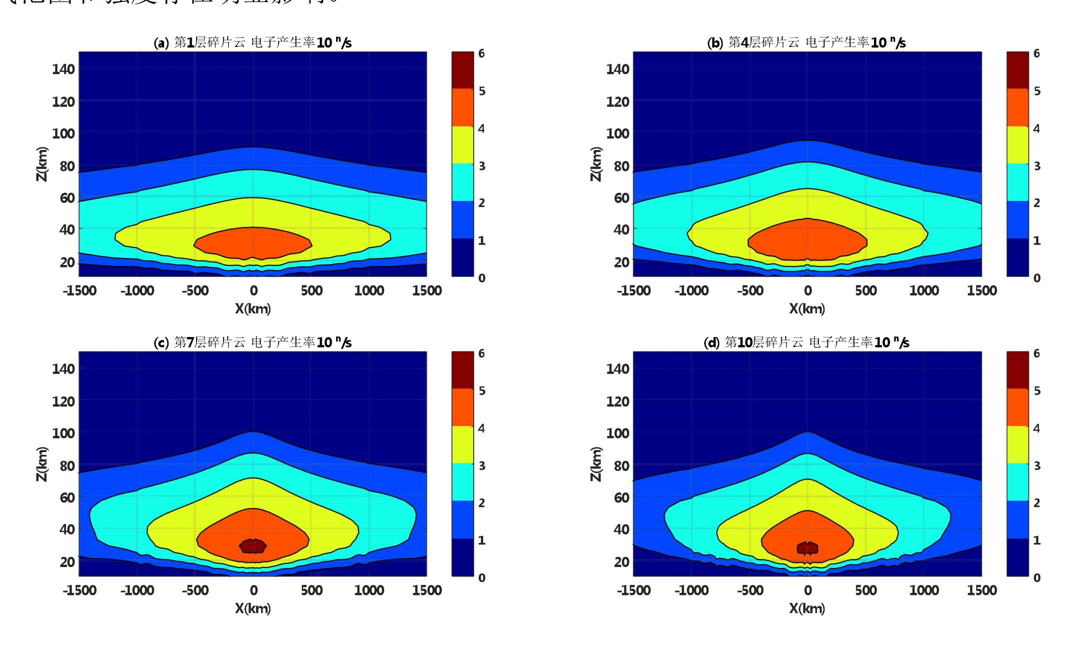


图 5　爆高 80km 当量 4Mt 爆后 5min 不同层碎片云引起的电子产生率

Fig. 5 Electron production rate at 5 minutes caused by the debris in different layer with the explosion height of 80km and the equivalent of 4 Mt.

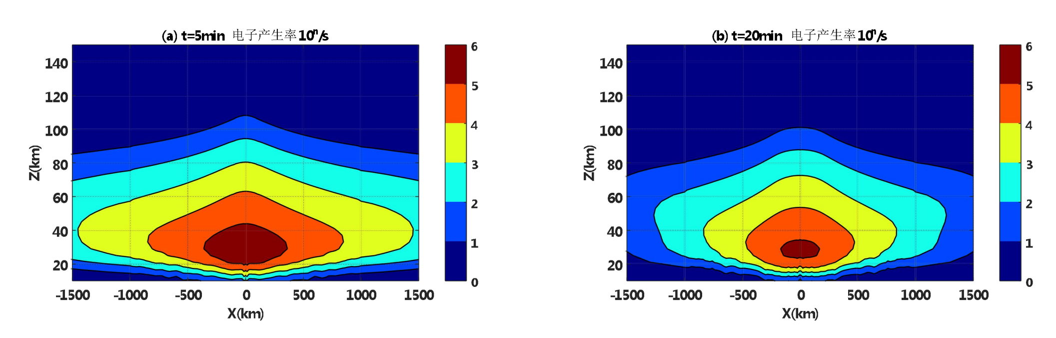


图 6　爆高 80km 当量 4Mt 爆后 5min (a)和 20min(b)缓发γ射线引起的电子产生率

Fig. 6 Electron production rate at 5 minutes (a) and 20 minutes (b) caused by delayed γ-rays with the explosion height of 80km and the equivalent of 4 Mt.

图 6~图 9 分别给出了不同爆高不同当量情况下，爆后 5min 和 20 分钟缓发 γ 射线电离大气形成的电子产生率分布。由图可知，电子产生率左右对称分布，水平方向上越靠近爆心电子产生率越大，垂直方向上 30km 左右达到最大。缓发γ射线的阻止高度约为 30km，其能量主要沉积约在 30~40 公里的范围内。这是由于 40km 以上大气密度稀薄，其对缓发γ射线的作用较弱。随着高度逐渐降低，气体随高度降低而指数增加，对缓发γ射线的吸收急剧增强，从而使得缓发γ射线主要沉积约在 30~40 公里的范围内。

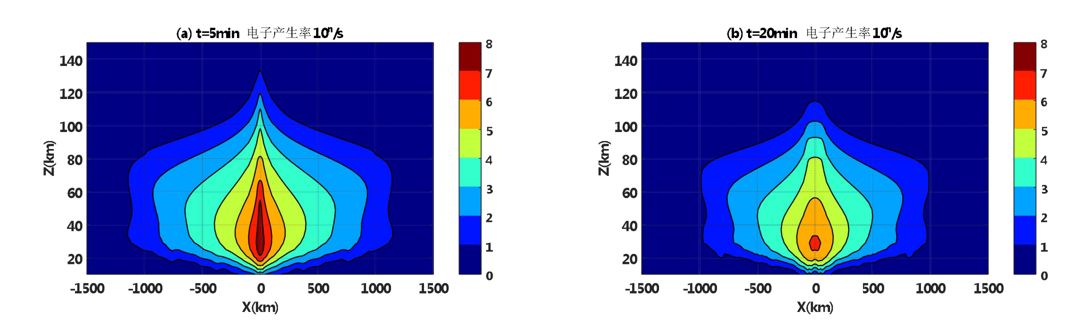


图 7 爆高 40km 当量 4Mt 爆后 5min (a)和 20min(b)缓发γ射线引起的电子产生率

Fig. 7 Electron production rate at 5 minutes (a) and 20 minutes (b) caused by delayed γ-rays with the explosion height of 40km and the equivalent of 4 Mt.

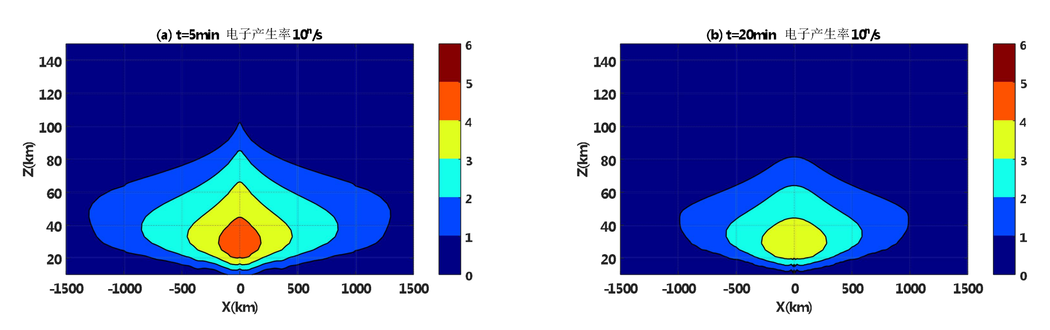


图 8 爆高 80km 当量 100kt 爆后 5min (a)和 20min(b)缓发γ射线引起的电子产生率

Fig. 8 Electron production rate at 5 minutes (a) and 20 minutes (b) caused by delayed γ-rays with the explosion height of 80km and the equivalent of 100 kt.

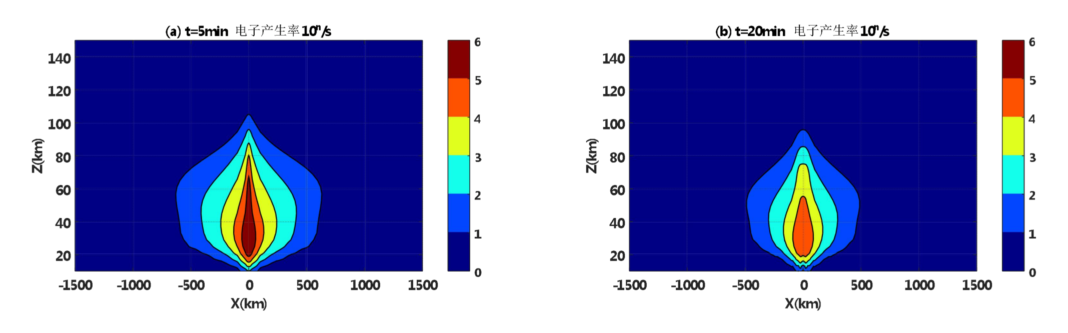


图 9 爆高 40km 当量 100kt 爆后 5min (a)和 20min(b)缓发γ射线引起的电子产生率

Fig. 9 Electron production rate at 5 minutes (a) and 20 minutes (b) caused by delayed γ-rays with the explosion height of 40km and the equivalent of 100 kt.

由图可知，爆高 40km 和爆高 80km 当量 4Mt 核爆炸爆后 5min 缓发 γ 射线电离大气的电子产生率峰值分别在 10^7e/s 和 10^5e/s 以上，爆后 20min 电子产生率峰值分别在 10^6e/s 和 10^5e/s 以上。爆高 40km 和爆高 80km 当量 100kt 爆后 5min 缓发 γ 射线电离大气的电子产生率峰值分别在 10^6e/s 和 10^4e/s 以上，爆后 20min 电子产生率峰值分别在 10^4e/s 和 10^3e/s 以上。对比图 5~图 8，可以发现：当量从 100kt 增加 4Mt 时，缓发 γ 射线电离大气范围和强度增大；爆高从 40km 增加到 80km 时，缓发 γ 射线电离大气范围增大，但强度有所降低。

图 9 给出了求解电离复合方程[10]得到的爆高 80km 当量 4Mt 爆后 5min 和 20min 的缓发 γ 射线电离形成的电子数密度分布情况。电子数密度峰值约在 70km 高度附近，这是由于低空大气稠密，电子产生后很快与大气分子发生附着反应而消失。根据大气中电子、原子和分

子的电离复合过程规律，结合电离复合方程求解的情况取电子产生率大于 10e/s 作为缓发 γ 射线电离大气边界的判据。则有爆高 40km 当量 4Mt 爆后 5min 缓发 γ 射线电离大气范围接近 1200km，对应碎片云高度约 65km，半径约 15km，爆后 20min 电离大气范围仍接近 1000km。根据计算爆高 80km 当量 4Mt 爆后 5min 缓发 γ 射线电离大气范围可超过 2000km，对应碎片云高度约 400km，半径约 200km，爆后 20min 电离大气范围仍超过 2000km。爆高 40km 当量 100kt 爆后 5min 缓发 γ 射线电离大气范围接近 600km，爆后 20min 降低至 500km 以下。爆高 80km 当量 100kt 爆后 5min 缓发 γ 射线电离大气范围超过 1300km，爆后 20min 仍接近 1000km。

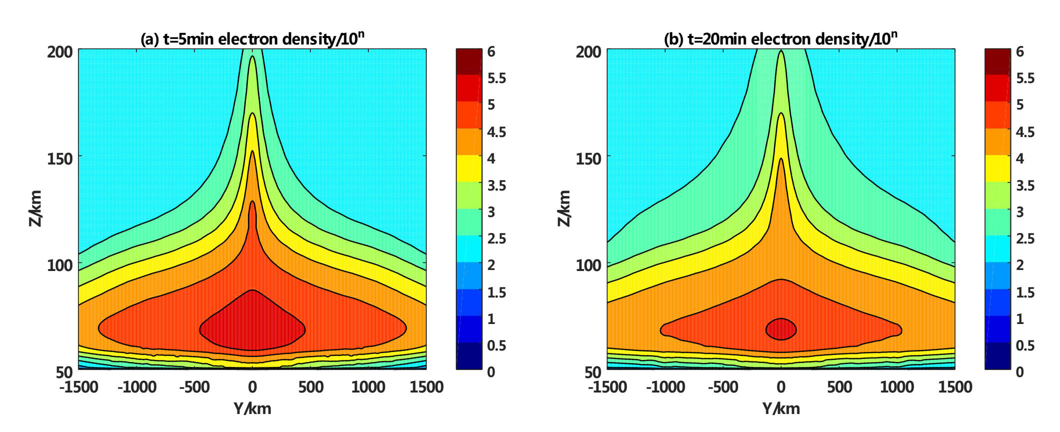


图 10　爆高 80km 当量 4Mt 爆后 5min (a)和 20min(b)的缓发 γ 射线电离形成的电子数密度

Fig. 10 Electron density at 5 minutes (a) and 20 minutes (b) caused by delayed γ-rays with the explosion height of 80km and the equivalent of 4 Mt.

缓发γ射线电离大气强度与范围随爆高、当量和时间变化复杂。缓发γ射线源与碎片云参数密切相关。一方面碎片云受到 X 射线对爆心下方低层大气加热后的浮力推动上升，使得缓发γ射线源不断上升，进而使得电离大气范围增加，电离大气强度降低。另一方面缓发 γ 射线源强度随着时间指数衰减，但碎片半径随时间增加。

当爆高相同当量不同时，核爆炸缓发γ射线源强度与当量呈线性关系。随着当量增加，射线总数增加，碎片云高度和水平半径增大，缓发γ射线电离大气范围增加，强度峰值一般也有所增加。对比图 5~图 8，当量由 100kt 增加至 4Mt 时，缓发γ射线电离大气范围由几百公里增加至千公里以上，强度峰值增加 1~2 个数量级。当当量相同爆高增加时，碎片云高度和水平半径增大，缓发γ射线电离大气范围增加，但射线总数保持不变，所以幅值会有所降低。对比图 5~图 8，爆高由 40km 增加至 80km 时，缓发γ射线电离大气范围增加约一倍，强度峰值降低 1~2 个数量级。

3　总结

为了准确描述随时空演化的缓发 γ 射线源电离大气过程，本文建立了高空核爆炸碎片运动演化的流体力学模型，然后根据碎片云运动参数建立缓发 γ 射线分层等效体源模型，通过分层抽样得到缓发 γ 射线源的初始位置、能量，采用基于质量厚度抽样的蒙特卡罗模拟方法计算得到缓发 γ 射线电离大气的电子产生率。计算得到不同爆高不同当量情况下爆后不同时刻缓发 γ 射线电离大气形成的电子产生率分布情况。碎片云形状对缓发 γ 射线电离大气范围和强度存在明显影响。研究得到了缓发 γ 射线电离大气强度与范围随爆高和当量的变化特征规律。

参考文献：

[1] 王建国，牛胜利，张殿辉，等. 高空核爆炸效应参数手册[M]. 北京: 原子能出版社, 2010.
WANG Jianguo，NIU Shengli，ZHANG Dianhui，et al. Parameter handbook of high altitude nuclear detonation effect[M]. Beijing: Atomic Energy Press, 2010.(in Chinese)
[2] 欧阳建明，马燕云，邵福球，等. 高空核爆炸缓发辐射对电离层的影响数值模拟[C]. 四川绵阳: 中国核学会2015年学术年会, 2015.
OUYANG Jian Ming，MA Yan Yun，SHAO Fu Qiu，et al. Numerical simulation of the effects on ionosphere by delayed rays from high-altitude nuclear explosions[C]. Mianyang of Sichuan Province: China Nuclear Society 2015 Annual Meeting, 2015(in Chinese)
[3] 欧阳建明，马燕云，邵福球，等. 高能电子碰撞电离对高空核爆炸辐射电离的影响[J]. 物理学报. 2012, 61(21): 212802.
OU Yangjianming，MA Yanyun，SHAO Fuqiu，et al. The effect of energetic electron impact ionization on radiation ionization process of high-altitude nuclear explosion[J]. Acta Physica Sinica. 2012, 61(21): 212802.(in Chinese)
[4] 欧阳建明，马燕云，邵福球，等. 高空核爆炸X射线电离的时空分布数值模拟[J]. 物理学报. 2012, 61(24): 242801.
OU Yangjianming，MA Yanyun，SHAO Fuqiu，et al. Numerical simulation of temporal and spatial distribution of X-ray ionization with high-altitude nuclear explosion[J]. Acta Physica Sinica. 2012, 61(24): 242801.(in Chinese)
[5] 陶应龙，王建国，牛胜利，等. 高空核爆炸瞬发辐射电离效应的数值模拟[J]. 物理学报. 2010, 59(08): 5914-5920.
TAO Ying Long，WANG Jian Guo，NIU Sheng Li，et al. Numerical simulation of the ionization effects of prompt radiation from high-altitude nuclear explosions[J]. Acta Physica Sinica. 2010, 59(08): 5914-5920.(in Chinese)
[6] XU H, OUYANG J, WANG S, et al. Impact of atmospheric ionization by delayed radiation from high-altitude nuclear explosions on radio communication[J]. Nuclear Science and Techniques. 2019, 30(12): 179.
[7] 陈沁，顾旭东，赵正予. 高空核爆下的短波通信[J]. 科学技术与工程. 2015, 15(19): 146-150.
CHEN Qin，GU Xudong，ZHAO Zhengyu. HF Communication under High-altitude Nuclear Explosion[J]. Science Technology and Engineering. 2015, 15(19): 146-150.(in Chinese)
[8] 刘利，牛胜利，朱金辉，等. 临近空间核爆炸碎片云运动数值模拟[J]. 计算物理. 2022.
LIU Li，NIU Shengli，ZHU Jinhui，et al. Numerical simulation of debris motion from a near-space nuclear detonation[J]. Chinese Journal of Computational Physics. 2022.(in Chinese)
[9] 刘利，牛胜利，朱金辉，等. 临近空间核爆炸碎片云运动特征与规律研究[J]. 核技术. 2022, 45(10): 100503.
LIU Li，NIU Shengli，ZHU Jinhui，et al. Motion characteristics and laws of the debris from a near-space nuclear detonation[J]. Nuclear Techniques. 2022, 45(10): 100503.(in Chinese)
[10] 赵正予，王翔. 空中核爆炸电离效应的数值模拟[J]. 物理学报. 2007, 56(07): 4297-4304.
ZHAO Zhengyu，WANG Xiang. Numerical simulation of the ionization effects of low-and high-altitude nuclear explosions[J]. Acta Physica Sinica. 2007, 56(07): 4297-4304.(in Chinese)
[11] SERGEEV I Y. Analytical model of explosions in a rarefied atmosphere[J]. Geomagnetism and Aeronomy. 2012, 52(6): 845.
[12] SYMBALISTY E M D, ZINN J, WHITAKER R W. RADFLO physics and algorithms[R]. Los Alamos National Laboratory, LA-12988-MS, 1995.
[13] 乔登江. 核爆炸物理概论[M]. 北京: 国防工业出版社, 2003.

QIAO Dengjiang. Introduction to the Physics of Nuclear Explosion[M]. Beijing: Defense Industry Press, 2003.(in Chinese)
[14] STEIGER W R, MATSUSHITA S. Photographs of the high-altitude nuclear explosion TEAK[J]. Journal of Geophysical Research. 1960, 65(2): 545.
[15] 邱有恒，邓力，李百文，等. 几种重要性函数在粒子输运蒙特卡罗模拟中的应用[J]. 原子能科学技术. 2013, 47(S2): 673-677.
QIU Youheng，DENG Li，LI Baiwen， et al. Application of Several Important Functions on Monte Carlo Simulation of Particle Transport[J]. Atomic Energy Science and Technology. 2013, 47(S2): 673-677.(in Chinese)
[16] 朱金辉，卓俊，牛胜利，等. 中子-光子输运程序TOPAN的开发与验证[J]. 原子能科学技术. 2012, 46(11): 1287-1291.
ZHU Jinhui， ZHUO Jun， NIU Shengli， et al. Development and Validation of Neutron and Photon Transport Code TOPAN[J]. Atomic Energy Science and Technology. 2012, 46(11): 1287-1291.(in Chinese)
[17] 刘利，左应红，牛胜利，等. 中子及次级γ在高空长距离蒙卡输运模拟中的减方差方法[J]. 现代应用物理. 2022, 13(1): 10202.
LIU Li， ZUO Yinghong， NIU Shengli， et al. Variance reduction methods for the Monte Carlo simulation of long-distance neutron and secondary γ transport in the upper atmosphere[J]. Modern Applied Physics. 2022, 13(1): 10202.(in Chinese)
[18] 陶应龙，朱金辉，王建国，等. 非均匀大气中γ射线输运的蒙特卡罗模拟方法[J]. 计算物理. 2010, 27(05): 740.
TAO Yinglong，ZHU Jinhui，WANG Jianguo，et al. Monte Carlo Simulation of Gamma Ray Transport in Non-uniform Atmosphere[J]. Chinese Journal of Computational Physics. 2010, 27(05): 740.(in Chinese)
[19] 陶应龙，王建国，牛胜利. MCATNP蒙特卡罗粒子输运程序的MPI并行化[J]. 核电子学与探测技术. 2011, 31(5): 490-494.
TAO Yinglong，WANG Jianguo，NIU Shengli. Parallelization of MCATNP MONTE CARLO Particle Transport Code by Using MPI[J]. Nuclear Electronics & Detection Technology. 2011, 31(5): 490-494.(in Chinese)
[20] HOSSEINI S A, ALLAF M A. Implementation and benchmarking of ENDFVII based library for PBM reactor analysis with MCNP4c[J]. Progress in Nuclear Energy. 2012, 60: 27-30.